Eixo 4 - Formação de Professores e Práticas Pedagógicas

PROFESSORES DE MATEMÁTICA RECONHECEM O *PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM* COMO ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMBINATÓRIOS?

Ana Paula Barbosa de Lima - UFPE
Rute Elizabete de Souza Rosa Borba - UFPE

Resumo

Neste estudo é proposta uma investigação sobre o reconhecimento de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e de professores e alunos do Ensino Médio do *Princípio Fundamental da Contagem* (PFC) em situações combinatórias. Para este texto, foi feito um recorte, com análises preliminares, sobre o reconhecimento que esses professores fazem do PFC em situações combinatórias. Este estudo faz parte de uma pesquisa de Mestrado que investiga os conhecimentos de professores de Matemática de Ensino Básico à luz dos tipos de conhecimentos propostos por Ball, Thames e Phelps (2008): *conhecimento comum do conteúdo; conhecimento especializado do conteúdo; conhecimento horizontal do conteúdo; conhecimento do conteúdo e alunos; conhecimento do conteúdo e seu ensino; conhecimento do conteúdo e currículo.* Os resultados indicam que os professores reconhecem o PFC em situações combinatórias, porém os professores do Ensino Fundamental apresentam dificuldades em reconhecer o PFC em alguns tipos de problemas. A partir dos dados aqui apresentados, será feita uma investigação sobre os tipos de conhecimentos que os professores mobilizam na resolução destes tipos de problemas.

Palavras-chave: Princípio Fundamental da Contagem. Combinatória. Problemas Combinatórios.

Introdução

Os conteúdos de Análise Combinatória são indicados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997) desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e trabalhados com mais aprofundamento no Ensino Médio e essa continuidade pode fazer com que os conceitos combinatórios sejam tratados de uma forma mais construtiva e generalizadora. Na mesma direção, Borba (2010), em seu estudo sobre o raciocínio combinatório na Educação Básica, recomenda que professores aproveitem as estratégias espontâneas desenvolvidas pelos estudantes – como desenhos, diagramas, listagens e operações aritméticas – e, gradativamente, desenvolvam junto aos estudantes procedimentos mais formais. Dessa forma, o professor poderá estimular seus alunos a pensarem sobre as generalizações possíveis na resolução de situações combinatórias.

Borba (2010) enfatiza, ainda, que “Estas generalizações possibilitarão o reconhecimento da natureza multiplicativa de problemas de Combinatória[1], o que facilitará a compreensão que nas diversas situações combinatórias o *Princípio Fundamental da Contagem* é válido”. Sendo assim, considera-se o *Princípio Fundamental da Contagem*

[1] Neste texto, Combinatória e Análise Combinatória serão tratadas basicamente como sinônimas e, por vezes, Análise Combinatória se refere mais especificamente à disciplina cursada no Ensino Médio.

(PFC), também conhecido como *princípio multiplicativo*, como uma forma de resolução de situações combinatórias e a base de fórmulas utilizadas no estudo de Combinatória.

Estudos anteriores (SABO, 2010; STURM, 1999) indicam, contudo, que esta prática – de um trabalho com aprofundamento gradativo da Combinatória – não é seguida nas aulas de Matemática. Isso se justifica pelo fato de professores de anos iniciais do Ensino Fundamental, em grande parte, desconhecerem os diferentes tipos de situações combinatórias e professores de Ensino Médio, de modo geral, usarem apenas as fórmulas para resolver problemas combinatórios, o que contraria o recomendado em documentos oficiais.

Os PCN (BRASIL, 1998) indicam, para os anos finais do Ensino Fundamental, que os problemas sejam apresentados com números maiores que os trabalhados nos anos iniciais, para que os estudantes percebam o *princípio multiplicativo* implícito nestas questões e que este se torne um recurso para auxiliar a resolução de problemas combinatórios. Os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) indicam que no Ensino Médio devem ser trabalhadas situações reais como base para o ensino de Combinatória, evitando, dessa forma a mera aplicação de fórmulas. Já as Orientações Educacionais Complementares (BRASIL, 2002) indicam que as fórmulas usadas no ensino da Combinatória sejam consequência do raciocínio desenvolvido pelos alunos e que as mesmas tenham a função de simplificar os cálculos quando os dados do problema forem muito grandes. De acordo com o Programa Nacional do Livro Didático - PNLD para o Ensino Médio (BRASIL, 2011), "É prejudicial um ensino que habitue o aluno a sempre tentar resolver qualquer problema de contagem com o uso somente de fórmulas". Dessa forma, documentos oficiais recomendam que as fórmulas não sejam as únicas estratégias incentivadas em sala de aula para a resolução de situações combinatórias.

O PNLD para o Ensino Médio (BRASIL, 2011) trata a Combinatória como sendo um tema muito tradicional no ensino da Matemática e sua renovação nos livros didáticos do Ensino Médio tem sido feita de forma lenta. Um dos avanços observados nas coleções aprovadas pelo PNLD (BRASIL, 2011) trata da introdução do *Princípio Fundamental da Contagem*, "com o qual é possível obter técnicas básicas e muito eficientes de contagem". Porém, após a introdução do PFC, muitas destas coleções deixam esta estratégia de lado e voltam ao método tradicional baseado em fórmulas para o ensino de *arranjos*, *permutações* e *combinações*.

Princípio Fundamental da Contagem

O *Princípio Fundamental da Contagem* (PFC), ou *princípio multiplicativo*, é enunciado, segundo Lima (2006), como, “Se uma decisão D_1 pode ser tomada de p modos e, qualquer que seja esta escolha, a decisão D_2 pode ser tomada de q modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões D_1 e D_2 é igual a pq”. O princípio pode ser ampliado para outras decisões, como D_3, D_4, D_5 e assim por diante.

Os exemplos a seguir ilustram o uso do PFC em suas resoluções. O primeiro exemplo é uma situação de *permutação* e o segundo exemplo é uma *combinação*.

Para verificar de quantos modos distintos cinco pessoas podem se posicionar em um banco de cinco lugares, se tem, segundo o PFC, que para o primeiro lugar há cinco possibilidades de escolha, ou seja, qualquer uma das cinco pessoas pode ocupar o primeiro lugar; para o segundo lugar há quatro possibilidades de escolha – uma vez que uma das pessoas já estaria sentada no primeiro lugar; há três possibilidades para o terceiro lugar – já que o primeiro e segundo lugares estariam ocupados; duas possibilidades de escolha para o quarto lugar e apenas uma possibilidade para o quinto lugar – pois todos os outros lugares já estariam ocupados. A solução da situação poderia, assim, ser representada por 5 x 4 x 3 x 2 x 1, ou seja, seriam 120 maneiras distintas das cinco pessoas se posicionarem.

Outro exemplo seria: Se, em outra situação, um técnico fosse escolher, dentre 12 atletas, cinco para comporem a equipe titular de um time de basquete, usando o PFC se teria: para a escolha do primeiro componente 12 possibilidades de escolha, ou seja, qualquer um dos 12 atletas; para a escolha do segundo componente haveria 11 possibilidades de escolha, já que um atleta já foi escolhido; 10 possibilidades para a escolha do terceiro atleta; 9 possibilidades para a escolha do quarto atleta e 8 possibilidades para a escolha do quinto e último componente da equipe. Nesse caso, além dessa aplicação do PFC, seria necessário aplicá-lo outra vez, dividindo o resultado obtido no produto 12 x 11 x 10 x 9 x 8 pela *permutação* dos cinco elementos escolhidos entre si, pois um time composto por André, Beto, Carlos, Daniel e Ênio, por exemplo, é idêntico ao time composto por Beto, Carlos, Daniel, Ênio e André. A *permutação* dos cinco elementos, semelhantemente ao exemplo anterior, poderia ser obtido pelo produto 5 x 4 x 3 x 2 x 1, e o resultado final seria dado por: $\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$.

Observa-se, assim, que o *Princípio Fundamental da Contagem* (PFC), pode ser aplicado a distintas situações combinatórias – como *produtos cartesianos*, *arranjos*, *combinações* e *permutações* e pode servir de base para a construção de procedimentos formais da Análise Combinatória, pois, como afirmam Pessoa e Borba (2009), o PFC é entendido como um princípio implícito na resolução de todos os tipos de problemas combinatórios. É preciso, entretanto que professores tenham conhecimento de como o PFC pode ser utilizado para a resolução de distintas situações combinatórias e como este princípio é base das fórmulas.

Borba e Braz (2012) estudaram problemas combinatórios condicionais e observaram que o PFC é uma estratégia válida para as variadas situações propostas. Observaram também que o uso direto de fórmulas nem sempre é útil quando o problema apresenta condições de *escolha* (implícita ou explícita), de *ordenação*, de *posicionamento* e/ou de *proximidade* de elementos. Nestes casos, o uso do PFC é mais indicado.

No Quadro 01 exemplificamos como problemas combinatórios, com ou sem condição, podem ser representados a partir do *Princípio Fundamental da Contagem* (PFC).

Quadro 01. Representação de situações combinatórias através do PFC.

TIPO	PROBLEMAS	REPRESENTAÇÃO USANDO O PFC
PC	Joaquim foi à livraria comprar seu material escolar. Para montar seu kit a livraria lhe ofereceu: 3 modelos de caderno, 4 modelos de lápis, 8 modelos de borracha e 2 modelos de caneta azul. De quantas formas diferentes Joaquim pode montar seu kit?	**3 x 4 x 8 x 2** **caderno x lápis x borracha x caneta**
AR	Na final do campeonato de judô, 5 meninas estão disputando os 3 primeiros lugares do torneio. De quantas formas diferentes podemos ter os três primeiros colocados?	**5 x 4 x 3** **1º lugar x 2º lugar x 3º lugar**
PER	De quantos modos distintos 5 pessoas podem se posicionar em um banco de 5 lugares?	**5 x 4 x 3 x 2 x 1** **1º lugar x 2º x 3º x 4º x 5º**
COM	Um técnico tem que escolher, dentre 12 atletas, 5 para compor a equipe titular de um time de basquete. Qual o total de possibilidades que o técnico tem para montar sua equipe?	$\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$ **1º atleta x 2º x 3º x 4º x 5º** **Permutação de 5**
AR - C	Ana, Julia, Marcos, Pedro e Laís estão participando de uma corrida. De quantos modos diferentes podemos ter os 3 primeiros colocados se Julia sempre chegar em primeiro lugar?	**1 x 4 x 3** **1º lugar x 2º lugar x 3º lugar**
COM - C	Marta precisa escolher entre seus 8 amigos (Tiago, Simone, Daniele, Jéssica, Pedro, Amanda, Rafael e Felipe), 4 para ir ao cinema com ela. De quantas formas diferentes Marta pode escolher esses três amigos desde que Jéssica sempre esteja entre os escolhidos?	$\frac{1 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$ **1º amigo x 2º x 3º x 4º** **Permutação de 4**

PC = Produto Cartesiano; AR = Arranjo; PER = Permutação; COM = Combinação; AR – C = Arranjo Condicional; COM – C = Combinação Condicional.

As concepções dos professores podem influenciar, direta e indiretamente, o modo como a Combinatória é tratada em sala de aula e acredita-se que se há espaço para que procedimentos variados sejam valorizados e, em particular, os alunos possam compreender os procedimentos formais, maiores proveitos terão do aprendizado da Análise Combinatória.

Objetivo geral:

Investigar se professores dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio reconhecem o *Princípio Fundamental da Contagem* (PFC) como estratégia de resolução de problemas combinatórios.

Objetivos específicos:

Identificar em quais tipos de problemas combinatórios (*arranjos, combinações, permutações* e *produtos cartesianos*) os professores mais utilizam o PFC como estratégia de resolução; Verificar se o PFC é reconhecido em problemas com diferentes etapas de escolha (4 ou 5 etapas); Comparar o desempenho de professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental e os que atuam no Ensino Médio.

Método

Para alcançar os objetivos propostos, foi feita uma análise estatística no software Statistical Package for Social Science – SPSS, com dados de pesquisas produzidas na disciplina Tópicos em Combinatória do Programa de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica - EDUMATEC no semestre 2012.2. Os dados foram cedidos pelas autoras Pontes e Evangelista (2012); Rocha e Rodrigues (2012); e Cunha (2012) e, assim, o banco de dados foi formado com: 37 estudantes do 3º ano do Ensino Médio; 13 professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e 11 professores de Matemática do Ensino Médio. Para este texto faremos um recorte e apresentaremos resultados parciais da investigação a partir do grupo de professores.

O teste aplicado a estes participantes foi elaborado na disciplina Tópicos em Combinatória (2012.2), sob a orientação das professoras Rute Borba e Cristiane Pessoa. O mesmo continha oito problemas, dois de cada tipo (*produto cartesiano, arranjo, permutação* e *combinação*), sendo, destes, um com quatro etapas de escolha e o outro com cinco etapas de escolha, como apresentado no Quadro 02.

Quadro 02. Teste para coleta de dados do Estudo Piloto 1

Tipo	Problemas com 4 etapas de escolha	Problemas com 5 etapas de escolha
Produto cartesiano	No restaurante “Sabor Divino” Marina quer comprar seu almoço. Ela pode escolher entre 3 tipos diferentes de salada, 2 tipos diferentes de arroz, 4 tipos diferentes de carne e 3 tipos diferentes de feijão. Sabendo que ela precisa escolher um tipo de cada opção: salada, arroz, carne e feijão, qual alternativa abaixo indica a operação necessária para obter o total de possibilidades? a) 3 + 2 + 4 + 3 b) 3 x 2 x 4 c) 4 x 3 x 2 x 1 d) $\frac{3 \times 2 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$ e) 3 x 2 x 4 x 3 f) NDRA Justifique:	Na Lanchonete “Que Delicia” José quer comprar um sanduíche. Ele pode escolher entre 4 tipos diferentes de pão, 3 tipos diferentes de carne, 5 tipos diferentes de queijo, 2 tipos diferentes de molho e 3 tipos diferentes de salada. Sabendo que ele precisa escolher um tipo de cada opção: pão, carne, queijo, molho e salada, qual alternativa abaixo indica a operação necessária para obter o total de possibilidades? a) 5 x 4 x 3 x 2 x 1 b) $\frac{4 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$ c) 4 x 3 x 5 x 2 x 3 d) 4 + 3 + 5 + 2 + 3 e) 4 x 3 x 5 x 2 f) NDRA Justifique:
Arranjo	Em uma final de natação estilo livre, 7 nadadores estão disputando os 4 primeiros lugares. Sabendo que os nadadores concorrem ao primeiro, segundo, terceiro e quarto lugares, qual alternativa abaixo indica a operação necessária para obter o total de possibilidades? a) 7 x 4 b) 4 x 3 x 2 x 1 c) 7 + 4 d) 7 x 6 x 5 x 4 e) $\frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$ f) NDRA Justifique:	Em uma corrida de carros, 7 participantes estão disputando os 5 primeiros lugares do pódio. Sabendo que os participantes concorrem ao primeiro, segundo, terceiro, quarto e quinto lugares, qual alternativa abaixo indica a operação necessária para obter o total de possibilidades? a) 7 + 5 b) 7 x 6 x 5 x 4 x 3 c) $\frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$ d) 7 x 5 e) 5 x 4 x 3 x 2 x 1 f) NDRA Justifique:
Combinação	Na Olimpíada Brasileira de Matemática, o grupo vencedor era composto por 8 alunos. Sabendo que poderão ser formados diferentes grupos com 4 desses alunos para representar o Brasil na Olimpíada Mundial, qual alternativa abaixo indica a operação necessária para obter o total de possibilidades? a) $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$ b) 8 x 4 c) 8 + 4 d) 4 x 3 x 2 x 1 e) 8 x 7 x 6 x 5 f) NDRA Justifique:	Na seleção Brasileira de Basquete, o técnico convocou 12 atletas. Sabendo que poderão ser formados diferentes grupos com 5 desses jogadores que irão compor a equipe titular, qual alternativa abaixo indica a operação necessária para obter o total de possibilidades? a) 12 x 5 b) 12 + 5 c) $\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$ d) 12 x 11 x 10 x 9 X 8 e) 5 x 4 x 3 x 2 x 1 f) NDRA Justifique:
Permutação	A revista Fi-Fi-Fi deseja fotografar 4 artistas sentados em um sofá, com espaço para todos. Sabendo que todos os artistas podem mudar de lugar no sofá de modo que seja possível tirar diferentes fotos, qual alternativa abaixo indica a operação necessária para obter o total de possibilidades? a) 4 x 4 b) 4 x 3 x 2 x 1 c) $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 4}$ d) 4 + 3 + 2 + 1 e) 4 + 4 f) NDRA Justifique:	Na prateleira do meu quarto, desejo colocar fotos dos meus 5 artistas favoritos. Sabendo que posso organizar as fotos de diferentes maneiras, uma ao lado da outra, qual alternativa abaixo indica a operação necessária para obter o total de possibilidades? a) 5 x 5 b) $\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 5}$ c) 5 + 4 + 3 + 2 + 1 d) 5 + 5 e) 5 x 4 x 3 x 2 x 1 f) NDRA Justifique:

A seguir, apresentamos resultados preliminares a partir de dados que receberam tratamento estatístico.

Resultados preliminares

Os participantes foram divididos em dois grupos: 11 professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental e 13 professores que atuam no Ensino Médio. As análises possibilitaram a verificação de desempenho por tipo de problema (*produto cartesiano, arranjo, combinação* e *permutação*) e por nível de atuação (anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio).

Seguem as análises.

Desempenho total no teste.

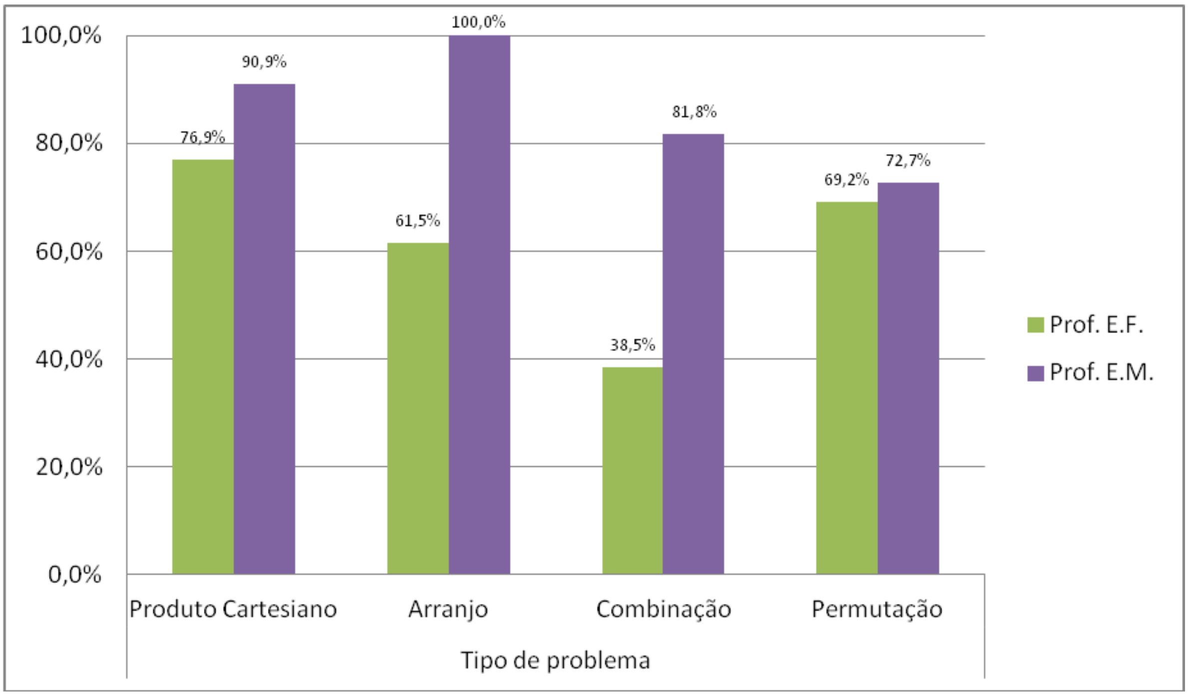
Levando em consideração os acertos totais no teste, temos que 45,5% dos professores do Ensino Médio acertaram todos os problemas propostos no teste. Dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental, esse percentual foi de 30,8%. Percebe-se, assim, um baixo desempenho dos professores que atuam nos dois níveis de ensino, principalmente os que atuam no Ensino Fundamental, uma vez que os PCN (1998) indicam que estes tipos de problemas sejam tratados desde essa etapa de ensino.

A partir deste resultado, foi feita uma comparação entre os grupos de professores para saber se houve diferença significativa de desempenho entre esses dois grupos. Para verificar estes dados, foi realizada uma Análise de Variância. Nas análises, verificou-se que não existe diferença significativa entre os grupos de professores, sendo o grau de significância $p = 0,116$. Apesar de terem a mesma formação inicial, os professores do Ensino Médio possuem maior experiência de ensino da Análise Combinatória, mas essa experiência não parece ter tido influência em seus desempenhos de modo geral, ou seja, poucos professores que atuam em ambos os níveis de ensino conseguiram corretamente resolver todo o teste.

Partindo deste resultado, foi feita uma avaliação sobre o desempenho dos dois grupos de professores para cada um dos tipos de problemas combinatórios apresentados no teste. Esta nova avaliação levou em consideração os acertos totais e parciais que os professores, de ambos os níveis, obtiveram no teste.

No Gráfico 01 é apresentado a análise de desempenho feita dos professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental e dos professores que atuam no Ensino Médio, por tipo de problema combinatório presente no teste.

Gráfico 01. Percentual de acertos entre professores do Ensino Fundamental e professores do Ensino Médio.



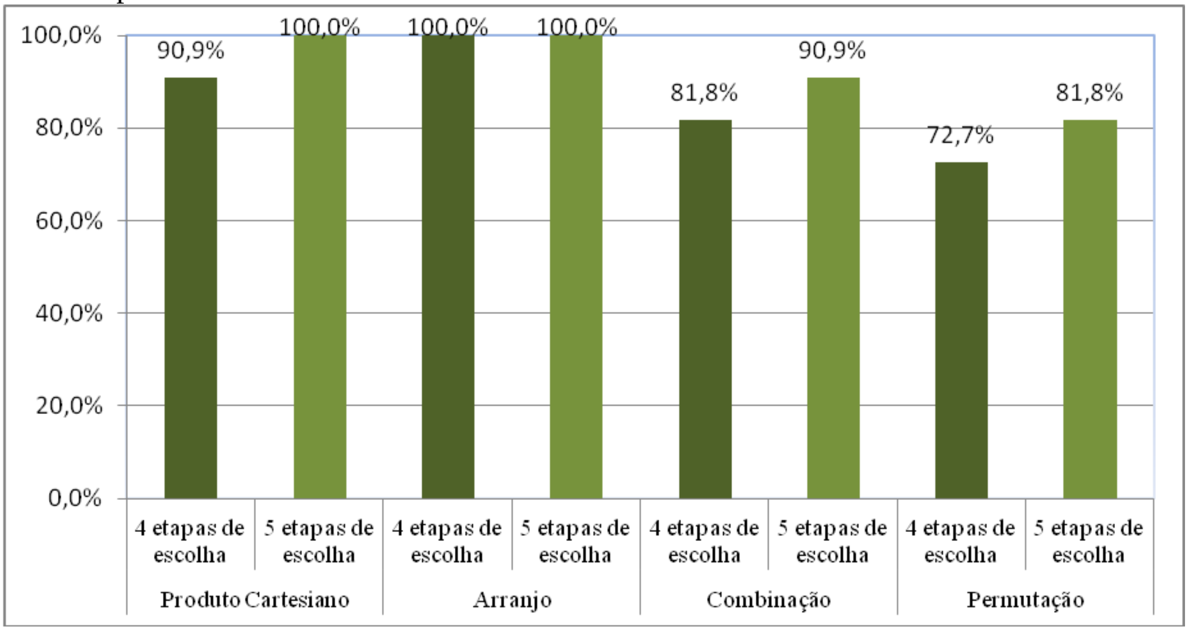
Ao analisar estes dados, foram observadas diferenças significativas de desempenho dos dois grupos nos problemas de *arranjo* e *combinação*. O grau de significância nestes casos foi p = 0,046 para os problemas de *arranjo* e p = 0,047 para os problemas de *combinação*. Dessa forma, os professores que atuam no Ensino Médio, mais facilmente conseguem identificar quando o PFC se aplica a problemas de *arranjo* e *combinação*, principalmente nas *combinações*, nas quais o princípio multiplicativo é aplicado duas vezes.

Desempenho nos problemas com quatro e cinco etapas de escolha por grupo

A seguir, é apresentado o percentual de acertos de cada grupo por etapas de escolha. Nesta análise é possível saber se o número de etapas de escolha influência no desempenho dos professores que atuam no Ensino Fundamental e os que atuam no Ensino Médio, quando estes resolvem diferentes tipos de problemas combinatórios com quatro e cinco etapas de escolha.

Quando comparados os desempenhos entre problemas com quatro e cinco estapas de escolha dos professores que atuam no Ensino Médio, é possível ver que não há aparente diferença de desemepenho dos professores que atuam nesse nível de ensino quando os mesmos resolvem problemas combinatórios com diferentes etapas de escolha, como se pode observar no Gráfico 02.

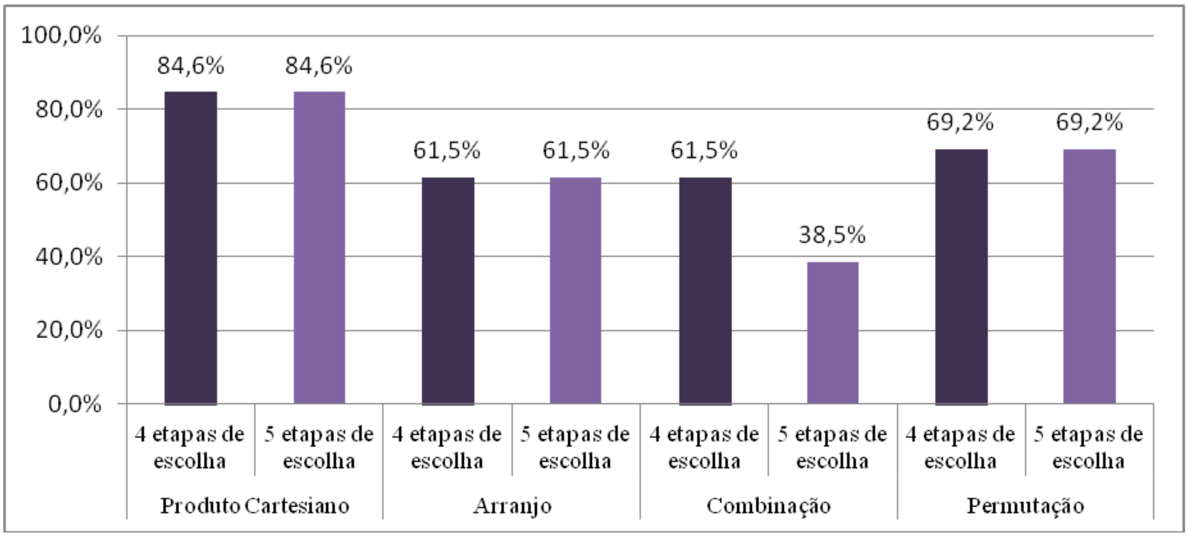
Gráfico 02. Desempenho de professores do Ensino Médio por tipo de problema com quatro e cinco etapas de escolha.



Dessa forma, os professores que atuam no Ensino Médio reconhecem a aplicação do PFC independente do número de etapas de escolha apresentadas nos problemas combinatórios.

No Gráfico 03, é feita a comparação de desempenho dos professores que atuam no Ensino Fundamental quanto ao número de etapas de escolha apresentado nos problemas combinatórios contidos no teste.

Gráfico 03. Desempenho de professores dos anos finais do Ensino Fundamental por tipo de problema com quatro e cinco etapas de escolha.



De modo geral, entre os tipos de problemas com quatro ou cinco etapas de escolha, não há aparentes diferenças de desempenho. Entretanto, os professores deste nível de ensino apresentaram maior dificuldade com os problemas de *combinação* – nos quais o PFC é aplicado duas vezes, em particular quando o problema envolvia cinco etapas de escolha.

Conclusões

Apesar de certo reconhecimento do PFC, grande parte dos professores participantes não conseguiu reconhecer a aplicação do princípio em todos os tipos de situações combinatórias.

De modo geral, não houve diferenças significativas nos desempenhos dos professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental e os que atuam no Ensino Médio. Também, de modo geral, não houve diferenças de desempenho de acordo com o número de etapas de escolha, mas os professores que atuam no Ensino Médio reconhecem melhor a aplicação do PFC em situações de *arranjos* e *combinações*. Mais professores deste nível de ensino reconhecem a dupla aplicação do PFC nas *combinações*, para quatro e para cinco etapas de escolha.

Embora todos os professores tenham a mesma formação inicial – Licenciatura em Matemática - a prática de ensino da Análise Combinatória, dos professores do Ensino Médio, pode possibilitar um maior reconhecimento da aplicação do PFC em variadas situações combinatórias. Entretanto, o baixo desempenho dos professores neste reconhecimento, de modo geral, é preocupante e deve ser alvo de discussões em formações iniciais e continuadas.

Referências

BALL, Deborah; THAMES, Mark; PHELPS, Geoffrey. Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? **Journal of Teacher Education**. 2008 v.59 n.5 pp. 389-407.

BORBA, Rute. O raciocínio combinatório na Educação Básica. **Anais...** 10 Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM. Salvador, 2010.

BORBA, Rute; BRAZ, Flávia. O que é necessário para compreender problemas combinatórios condicionais? **Anais...** 3 Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEMAT. Fortaleza, 2012.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos:** PNLD 2012 para o Ensino Médio: Matemática / Brasília: Ministério da Educação, 2011.

______. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio:** Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**: Matemática. Ensino de primeira à quarta séria. Brasília: MEC, 1997.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) 5ª a 8ª séries**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CUNHA, Maria de Jesus Gomes. Raciocínio combinatório: compreensão dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental. UFPE, 2012. **Trabalho não publicado.**

LIMA, Elon Lages. CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. WAGNER, Eduardo. MORGADO, Augusto Cesar. **Temas e problemas elementares**. 12 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PERNAMBUCO. Secretária de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**. Recife: SE, 2012.

PESSOA, Cristiane. BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetiké - Cempem** - FE - Unicamp - v. 17, n. 31 - jan/jun – 2009.

PONTES, Danielle Avanço. EVANGELISTA, Maria Betânia. Princípio fundamental da contagem: a compreensão de estudantes do 3º ano do Ensino Médio sobre os problemas de Combinatória. UFPE, 2012. **Trabalho não publicado**.

ROCHA, Cristiane de Arimatéa. RODRIGUES, Ademilson do Nascimento. Princípio fundamental da contagem e a compreensão de problemas combinatórios: olhares de professores do Ensino Médio. UFPE, 2012. **Trabalho não publicado.**

SABO, Ricardo. **Saberes Docentes:** a análise combinatória no Ensino Médio. (Dissertação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP – São Paulo, 2010.

STURM, Wilton. **As possibilidades de um ensino de Análise Combinatória sob uma abordagem alternativa.** (Dissertação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, São Paulo, 1999.